Seminario de Estadística 1
Tarea 6

Soriano Flores Antonio

Septiembre 2019

1) El número de incendios que se producen semanalmente en la Ciudad de México, sigue una distribución *Poisson* con media θ. Se desea construir el intervalo de máxima densidad de probabilidad aposteriori para θ. Puesto que inicialmente no se conoce nada sobre θ, parece adecuado utilizar la función $\mathbb{P}\ (\theta) = \theta^{-1} \mathbb{I}_{(0,\infty)}(\theta)$ para describir esta falta de información. Observe que $\mathbb{P}(\theta)$ no es propiamente una función de distribución (pues no integra uno), estas funciones se conocen con el nombre de distribución inicial impropia. Si durante cinco semanas se observan:

$$x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0$$

fuegos respectivamente, ¿Cuál es el intervalo de máxima densidad a posteriori para θ con probabilidad 0.9?

Nota: Resuelva este ejercicio utilizando el método de aceptación y rechazo pero también obtenga la densidad posterior de θ de forma algebraica. Finalmente, para comprobar que el método de aceptación y rechazo corrió adecuadamente, sobre ponga su histograma de densidad de las simulaciones con la densidad real obtenida analíticamente. Para la obtención del intervalo utilice la función hdi.

2) Sea T la proporción de árboles con hojas grandes en un bosque grande. Existen creencias iniciales que indican que:

$$\mathbb{E}(T) = 0.4 \qquad \text{Var}(T) = 0.22$$

a) Demostrar que una distribución conjugada apropiada para representar sus creencias sobre T es T $\sim$*Beta(4,6)*.

b) Se observa al azar 20 arboles del bosque y 11 de ellos llevan hojas grandes. Cuál es su distribución aposteriori de T?.
Nota: Resuelva este ejercicio utilizando el método de aceptación y rechazo pero también obtenga la densidad posterior de T de forma algebraica. Finalmente, para comprobar que el método de aceptación y rechazo corrió adecuadamente, sobre ponga su histograma de densidad de las simulaciones con la densidad real obtenida analíticamente.

3) Considere la siguiente matriz de transición con 7 estados:

$$\begin{pmatrix} 0.93 & 0.01 & 0.02 & 0.04 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.94 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.04 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.95 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.04 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.97 & 0.00 & 0.02 & 0.01 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}$$

- Encuentre la distribución estacionaria de esta cadena

- Escriba un programa que simule 500,000 pasos del comportamiento de la cadena y verifique que la distribución limite coincide con la encontrada en el punto anterior. (recuerda que debe de eliminar los primeros pasos de la cadena pues son considerados de calentamiento, ademas recuerde que posiblemente requerirá eliminar observaciones cada cierto periodo para eliminar la posible correlación.